

Multiplés, diviseurs, nombres premiers

Fiche méthode n°1 :

Trouver tous les diviseurs d'un nombre ou reconnaître un
nombre premier

On cherche la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier n

- 1 On sait que 1 et n lui-même sont des diviseurs de n
- 2 On détermine une valeur approchée de \sqrt{n} (en utilisant la calculatrice)
- 3 On teste la divisibilité de n par tous les nombres entiers inférieurs ou égaux à \sqrt{n} , soit en utilisant les critères de divisibilité, soit en utilisant la division euclidienne
- 4 Si le diviseur de n inférieur ou égal à \sqrt{n} est 1, alors n est un nombre premier

On appelle cette méthode la Crible d'Ératosthène

EXEMPLE

Déterminer tous les diviseurs de 132. En déduire s'il s'agit d'un nombre premier

- 1 1 et 132 sont des diviseurs de 132
 - 2 $\sqrt{132} = 11.5 \rightarrow$ il suffit donc de tester la divisibilité de 132 par tous les entiers inférieurs à 11
 - 3 2 est un diviseur de 132 ($132=2*66$), on en déduit que 66 est un autre diviseur de 132
 - 3 est un diviseur de 132 ($132=3*44$) donc 44 est un diviseur de 132
 - 4 est un diviseur de 132 ($132=4*33$) donc 33 est un diviseur de 132
 - 5 n'est pas un diviseur de 132
 - 6 est un diviseur de 132 ($132=6*22$) donc 22 est un diviseur de 132
 - 7 n'est pas un diviseur de 132
 - 8 n'est pas un diviseur de 132
 - 9 n'est pas un diviseur de 132
 - 10 n'est pas un diviseur de 132
 - 11 est un diviseur de 132 ($132=11*12$) donc 12 est un diviseur de 132
- Les diviseurs de 132 sont donc 1-2-3-4-6-11-12-22-33-44-66-132
- 4 Le nombre 132 a plus de deux diviseurs \rightarrow pas un nombre premier

Fiche méthode n°2 :

Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers

On note n le nombre entier que l'on veut décomposer en produit de facteurs premiers

- 1 Il est important de connaître le début de la liste des nombres premiers : 2,3,5,7,11,13...
- 2 On commence par tester si n est divisible par 2. On recommence jusqu'à ce qu'il ne soit plus divisible par ce nombre premier, on teste le suivant et ainsi de suite.
- 3 On répète ainsi, autant de fois que nécessaire, les étapes 1 et 2 jusqu'à obtenir 1

EXEMPLE

Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 693

- 1 On commence par le plus petit nombre premier \rightarrow 2 n'est pas divisible car il s'agit d'un nombre impair, **donc** on teste avec le nombre premier 3

$$\begin{array}{r|l} 693 & 3 \\ 231 & \end{array}$$

- 2 On cherche alors le plus petit nombre premier diviseur de 231. Comme 2 n'est pas un diviseur de 693, il ne peut pas être un diviseur de 231.

On teste donc la divisibilité de 231 par 3 ($2+3+1=6 \rightarrow 6$ est un multiple de 3 et donc un diviseur de 231)

$$\begin{array}{r|l} 693 & 3 \\ 231 & 3 \\ 77 & \end{array}$$

- 3 On continue jusqu'à obtenir 1

$$\begin{array}{r|l} 693 & 3 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

On obtient donc $693=3^2*7*11$